

试卷代号:2006

座位号

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放专科”期末考试

## 经济数学基础 试题

2012 年 7 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

- 下列函数中为奇函数的是( ).  
 A.  $y = x^2 - x$  B.  $y = e^x + e^{-x}$   
 C.  $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$  D.  $y = x \sin x$
- 需求量  $q$  对价格  $p$  的函数为  $q(p) = 100e^{-\frac{p}{2}}$ , 则需求弹性  $E_p =$  ( ).  
 A.  $-\frac{p}{2}$  B.  $\frac{p}{2}$   
 C.  $-50p$  D.  $50p$
- 下列函数中, ( ) 是  $x \sin x^2$  的原函数.  
 A.  $\frac{1}{2} \cos x^2$  B.  $-\frac{1}{2} \cos x^2$   
 C.  $-2 \cos x^2$  D.  $2 \cos x^2$
- 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ , 则  $r(A) =$  ( ).  
 A. 0 B. 1  
 C. 2 D. 3
- 线性方程组  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  的解的情况是( ).  
 A. 无解 B. 有无穷多解  
 C. 只有 0 解 D. 有唯一解

得 分	评卷人

### 二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

- 设  $f(x-1) = x^2 - 2x + 5$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.
- 若函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(2x-3) dx =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵, 则  $r(A) =$  \_\_\_\_\_.
- 齐次线性方程组  $AX=0$  的系数矩阵经初等行变换化为  $A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 则此方程组的一般解中自由未知量的个数为 \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设  $y = e^{\frac{1}{x}} + 5^x$ , 求  $dy$ .

12. 计算  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ .

得 分	评卷人

### 四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 已知  $AX = B$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ . 求  $X$ .

14. 讨论  $\lambda$  为何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 13x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解, 并求其一般解.

得 分	评卷人

### 五、应用题(本题 20 分)

15. 投产某产品的固定成本为 36(万元), 且产量为  $x$ (百台) 时边际成本为  $C'(x) = 2x + 60$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低.

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2012 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. C                      2. A                      3. B                      4. C                      5. D

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6.  $x^2 + 4$

7. 2

8.  $\frac{1}{2}F(2x - 3) + c$

9.  $n$

10. 2

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:  $y' = e^{\frac{1}{x}} \left( -\frac{1}{x^2} \right) + 5^x \ln 5$

$$dy = y' dx$$

$$= \left( 5^x \ln 5 - \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \right) dx$$

.....10 分

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

.....10 分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

.....10 分

由此得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

.....15 分

14. 解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & -1 & 13-\lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & 0 & 12-3\lambda \end{bmatrix}$$

当  $\lambda = 4$  时, 方程组有非零解,

.....10 分

且方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -22x_3 \\ x_2 = 9x_3 \end{cases}$  ( $x_3$  是自由未知量)

.....15 分

### 五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 60) dx = (x^2 + 60x) \Big|_4^6 = 140 \text{ (万元)}$$

.....6 分

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{C}(x) &= \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 60x + 36}{x} \\ &= x + 60 + \frac{36}{x} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以, 当  $x = 6$  (百台) 时可使平均成本达到最低.

.....20 分